

Devoir de contrôle N°2

Classes 4^{ème} sc

Durée: 2.h

Exercice N°1: (3pts)

Chaque question ci-dessous comporte trois réponses possibles. Pour chacune de ces questions, une seule des réponses proposées est exacte. On demande de choisir cette réponse.

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

1/ Soit Δ une droite dont une représentation paramétrique est
$$\begin{cases} x = \alpha \\ y = \alpha \\ z = \alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$$

a) $d(O, \Delta) = 0$

b) $d(O, \Delta) = \sqrt{3}$

c) $d(O, \Delta) = 3$

2/ L'aire d'un parallélogramme ABCD est égale à

a) $\|\overrightarrow{DB} \wedge \overrightarrow{DC}\|$

b) $\|\overrightarrow{AC} \wedge \overrightarrow{DB}\|$

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$

3/ Soit D une droite dont une représentation paramétrique est :
$$\begin{cases} x = 2\alpha + 1 \\ y = -\alpha + 3 \\ z = \alpha - 2 \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$$

Un vecteur directeur de D est

a) $\vec{U} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

b) $\vec{V} \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) $\vec{w} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice N°2: (6 pts)

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

On donne les points $A(1,1,0)$; $B(0,-1,-3)$ et $C(1,2,1)$

1/a) Donner les composantes de vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

c) Déduire l'aire du triangle ABC

b) Vérifier qu'une équation du plan P formé par les points A,B et C est : $x + y - z - 2 = 0$

2/ Donner une représentation paramétrique de la droite Δ passant par A et perpendiculaire à P

3/ Soit Q le plan parallèle à P et passant par le point D(-1,3,1)

a) Donner une équation cartésienne de Q

b) Déterminer les coordonnées du point I, point d'intersection de Q et Δ

4/ Calculer la distance AI (appelée distance entre les plans P et Q)

Exercice N°3: (6 pts)

On considère la fonction f définie sur $]-1, +\infty[$ par: $f(x) = 1 + \ln(x + 1)$

On désigne par (ζ_f) sa courbe représentative dans un R.O.N (O, \vec{i}, \vec{j})

1/a) Calculer $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Dresser le tableau de variation de f

2/a) Montrer que f réalise une bijection de $]-1, +\infty[$ sur \mathbb{R}

b) Montrer que (ζ_f) coupe l'axe des abscisses en un seul point d'abscisse α et que $-0,7 < \alpha < -0,6$

3/ Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ où f^{-1} est la fonction réciproque de f

4/ Construire (ζ_f) et $(\zeta_{f^{-1}})$

Exercice N°4: (5 pts)

Dans le graphique ci-dessous est représentée dans un repère orthonormé, la courbe ζ_f d'une fonction f définie sur \mathbb{R}

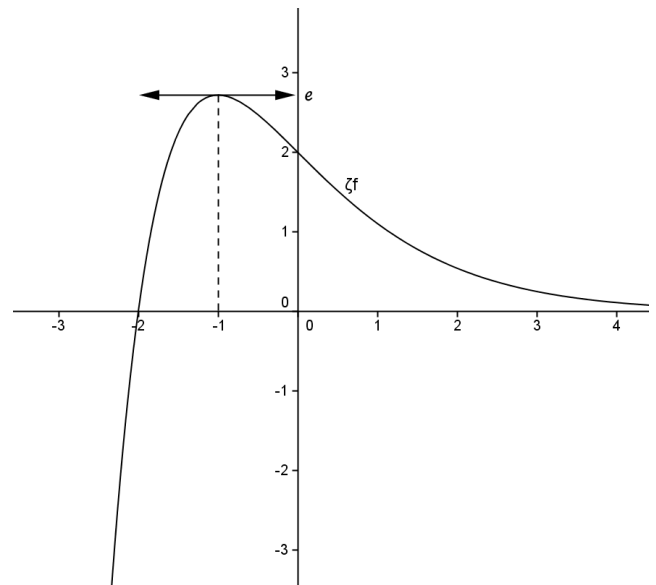
- L'axe des abscisses une asymptote horizontale au voisinage de $(+\infty)$
- ζ_f admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $(-\infty)$
- La droite (I) d'équation $y = e$ est la tangente à ζ_f au point d'abscisse -1

1/ Donner par lecture graphique :

a) $f(-2)$; $f(0)$ et $f'(-1)$

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$

c) Le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .



2/ On suppose que pour tout réel x , $f(x) = (x + 2)e^{-x}$

a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f(x) = e^{-x} - f'(x)$

b) En déduire une primitive F de la fonction f sur \mathbb{R}

c) Calculer $F(0) - F(-2)$